

## Lof der Onmogelijkheid

De wetenschap stormt van succes naar succes, de technologie serveert mirakels. De media zijn vol van “Can Do” nieuws en optimistische toekomstkijkers. Vanwaar toch die eenzijdige aandacht voor het mogelijke?

In 1931 bewees Kurt Gödel zijn Onvolledigheidsstelling, het hoogtepunt van de moderne logica. Exacte wiskundige theorieën kunnen nooit de volledige waarheid over hun domein bewijzen. Gödel’s analyse bevatte vele thema’s en verhaalwendingen die hele onderzoeksgebieden openden. Maar wat mij het sterkste trof, en treft, is het loutere idee. *Het onmogelijke is even belangrijk als het mogelijke* voor ons begrip van de wereld. En het onmogelijke kan worden onderzocht met dezelfde methoden als het mogelijke.

Wiskunde is abstract, dus universeel. Onmogelijkheden heersen overal. Turing’s artikel dat de moderne computer definieerde (ondenkbaar zonder Gödel: iets wat de patriotische speelfilm verzwijgt), heeft als centraal resultaat dat er geen methode bestaat die altijd bepaalt of een programma op een input een antwoord zal produceren. Turing’s bewijs van die onmogelijkheid gaf niettemin scherpe informatie over wat een berekening wel is en wat rekenen kan presteren. Evenzo begrijpen we na Gödel onvergelijkkelijk veel beter wat wiskundige bewijzen zijn, en wat ze kunnen. *Het onmogelijke informeert ons over het mogelijke, ze horen bij elkaar.* Welbeschouwd is de hele wetenschapsgeschiedenis voortschrijdend inzicht in twee verstrengelde zaken: wat wel, en wat niet kan.

Is dit nu een *filosofisch* idee, zoals de uitnodiging voor dit stukje luidde? Voor mij is de grens tussen filosofie en wiskunde vloeiend. In een Clausewitziaanse symmetrie: beide zijn een voortzetting van de ander ‘met andere middelen’.

De vervlechting van mogelijkheid en onmogelijkheid bleek een aardschok die mijn denkwereld blijvend veranderde. Ik denk sindsdien dat wij allen gebaat zijn met actief opsporen en erkennen van onmogelijkheden. Inzien dat “Can’t do” net zo informatief is

as “Can do” in wat wij mogen verwachten in wetenschap, technologie en maatschappij helpt ons vooruit – en het kweekt ook bescheidener mensen.

### **Verder lezen**

Gödel's klassieke artikel is "Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I", *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38:1, pp. 173–198 (1931). De onvolledigheidsstellingen, hun bewijs (terecht een symfonie van ideeën genoemd), consequenties, en voortdurende invloed vullen zelfs vandaag gemakkelijk een hele cursus wiskundige logica. Een klassieke introductie die de magie overbrengt voor een breder publiek is *Gödel's Proof* van Ernest Nagel en James Newman (New York University Press, 1958, Nederlandse vertaling als *Aula pocket 540*, Het Spectrum, 1973). Een modern overzicht met vele literatuurverwijzingen is 'Gödel's Incompleteness Theorems' van Panu Raatikainen in de *Stanford Encyclopedia of Philosophy* (2020).

Turing's klassieke artikel is 'On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem', *Proceedings of the London Mathematical Society*, s2-42:1, pp. 230–265 (1937). Net iets eerder was een artikel van Alonzo Church dat met Gödel's methoden bewees dat er geen rekenmethode bestaat die alle elementaire logische gevolgproublemen oplost: 'An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory', *American Journal of Mathematics*, 58, pp. 345–363, (1936). Inleidingen in Turing's analyse van rekenmachines vindt men in elk modern leerboek over theoretische informatica.

Onmogelijkheidsresultaten met opmerkelijke positieve consequenties zijn te vinden in de geschiedenis van de wiskunde, vanaf de irrationaliteit van  $\sqrt{2}$  in de Klassieke Oudheid tot transcendentie van  $\pi$ , bewezen in de 19de eeuw. Bewezen onmogelijkheden stonden ook aan de wieg van andere wetenschappelijke disciplines, zoals social choice theory. Een pleidooi voor het “cannot do” gezichtspunt als legitiem onderzoeksthema naast de heersende “can do” in de moderne informatica en AI valt te lezen in J. van Benthem, F. Liu & S. Sonja Smets, 'Logico-Computational Aspects of Rationality', in M. Knauff & W. Spohn, red'n, *Handbook of Rationality*, The MIT Press, 2020.