Volledigheid en Onvolledigheid

Afscheidscollege Dick de Jongh

22 november 2004

Dames en Heren,

Ik zal proberen u de volgende 45 minuten bezig te houden met mijn afscheidscollege. Dat kan natuurlijk niet een gewoon college zijn, ik zie hier veel mensen die ik nog niet eerder heb gezien op college. Het ligt daarom voor de hand dat het het karakter heeft van een terugblik. Dat is niet echt mijn gewoonte, ik kijk liever vooruit of zelfs alleen maar rondom me heen, maar dat wordt toch langzamerhand wat moeilijk vol te houden.

Ik zal het met u hebben over de begrippen volledigheid en onvolledigheid waar ik me in mijn loopbaan veel mee heb bezig gehouden. Dat geldt voor veel logici, maar voor mij nog meer dan de meeste. Beide begrippen stammen uit de dertiger jaren van de twintigste eeuw toen Gödel die begrippen introduceerde en er meteen de hedendaags nog steeds belangrijkste stellingen over bewees. Uiteindelijk blijkt dat ik daarbij kort moet zijn omdat ook veel andere dingen ter sprake zullen komen.

Voordat ik op volledigheid en onvolledigheid en mijn verhouding ertoe in ga, eerst twee belangrijke aspecten die in mijn verhaal steeds terugkomen. Ten eerste is dat mijn 'afkomst' in figuurlijke zin, mijn directe leermeesters in mijn doctoraalstudie, begin zestiger jaren, Beth en Heyting, die een duidelijke verschillende invloed op mij hebben gehad. Daaruit zal ook blijken dat ik deel uitmaak van een traditie die vóór mij is begonnen en ná mij zal voortduren.

Beth, mijn eigen directe hoogleraar, en zeker degene met de grootste invloed, is degene die de moderne logica in Nederland in zijn volle breedheid heeft geintroduceerd. Hij propageerde enerzijds de logica als een wiskundige discipline, met alle eisen die dat stelt aan de bedrijvers van wiskunde zoals strengheid van redeneren en een onberispelijke wetenschappelijkheid, anderzijds als een algemene theorie van het redeneren die toepassing heeft in wetenschapsgebieden van allerlei aard (zie bijv. [1]). Van oudsher, minstens vanaf Aristoteles, in de wijsbegeerte; in de wijsbegeerte in het algemeen, maar in het bijzonder sinds meer dan een eeuw, in de grondslagen van de wiskunde zelf. Daarbij komt de informatica sinds haar ontstaan, en eigenlijk zelfs lang daarvoor. Verder op heel natuurlijke wijze de taalwetenschap. Met al deze gebieden, en nog vele andere, bemoeide Beth zich direct.

Van mijn eigen onderzoek kun je zeggen dat het voor het grootste deel binnen de wiskunde is gebleven, maar ik heb in het onderwijs en organisatie op allerlei gebieden het generalistische standpunt wat betreft de logica voluit gesteund en dat heeft de plaats en richting van mijn werk als geheel sterk beinvloed.

Van Heyting, de directe hoogleraar van mijn medestudent en latere collega Anne Troelstra, komt een tweede belangrijke invloed. Namelijk zijn buitengewoon heldere en overtuigende inleiding in de *intuitionistische wiskunde* en logica (zie bijv. [9]). Ik kom er niet onder uit heel kort iets over het intuitionisme te zeggen. De intuitionistische wiskunde is een opzet van de wiskunde waarin bewijzen zo zijn ingericht dat, als je bewijst dat een getal of een functie bestaat met een bepaalde eigenschap, je echt dat getal kunt bepalen of die functie uitrekenen. Een argeloze buitenstaander zal misschien denken dat dit vanzelf spreekt, maar heel veel bewijzen in de wiskunde zijn uit het ongerijmde. Je neemt aan dat een getal met zo'n eigenschap niet bestaat, laat zien dat je dan in een onmogelijke situatie terecht komt, en zegt dan: kijk, dat getal met die eigenschap moet dus bestaan. Maar dat doe je dan zonder dat er enige mogelijkheid voortvloeit uit je bewijs om dat getal of zo'n functie echt te bepalen.

Brouwer, de voorganger van Heyting, is waarschijnlijk de belangrijkste wiskundige die Nederland heeft gekend. Als we dat niet al wisten dan bleek dat een week of wat geleden nog weer eens toen hij als enige moderne wiskundige op de shortlist voor de verkiezing van de belangrijkste wetenschapper van Nederland figureerde. Buiten vele andere dingen reconstrueerde hij in de eerste helft van de twintigste eeuw de wiskunde op een nieuwe wijze met een eigen gedachtegang waarin de genoemdee ongerijmdheden als vanzelf verdwijnen en propageerde die intuitionistische wiskunde als de enige juiste vorm van wiskunde [2]. Heyting extraheerde uit Brouwers werk een nieuwe logica, de *intuitionistische logica* [8]. Die logica mist bijvoorbeeld het principe dat als iets niet niet zo is dat het dan wel zo is:

Niet niet waar impliceert wel waar.

Tegenwoordig zijn er vrijwel geen volgelingen van Brouwer meer die zijn wiskunde als de enige juiste vorm erkennen, maar er is in de huidige meer practische tijd zeker belangstelling voor de intuitionistische bewijssystemen die hardere resultaten op kunnen leveren dan de klassieke.

Ik heb me zowel met intuitionistsiche als met klassieke wiskunde bezig gehouden. Als ik aan intuitionisme werkte was dat niet een puur formele bezigheid, maar het btreden van een andere denkwereld waarin wat is toegestaan net zo vanzelf spreekt als in de klassieke logica. Intuitionisme beoefenen als een formele bezigheid is ook uiteindelijk geen vruchtbare houding. De meeste interessante resultaten op dit gebied worden toch bereikt door mensen die begrip opbrengen over wat er gaande is en het niet als een kunstje zien dat je moet proberen weg te verklaren. Een van de laatsten die de juistheid van die opvatting weer eens heeft laten zien is Rosalie Iemhoff, die ik mede heb begeleid bij haar promotie en die in haar dissertatie [10] vele echt nieuwe interessante resultaten over het intuitionisme heeft bereikt.

Naast deze afkomst is er een tweede rode draad die steeds weer zal opduiken in dit verhaal: *samenwerking*. Wat voor mij in de wetenschap de meeste bevrediging heeft gebracht zijn de samenwerkingen die ik heb gehad in mijn onderzoek. Ik heb dit vanaf het begin af aan altijd al fascinerend gevonden. Je komt samen vaak verder, en in ieder geval op andere plekken dan je alleen beland was, en het geeft je bovendien een unieke kijk op de creativiteit van de menselijke geest, die een oneindige variatie vertoont. En het geeft inzicht in je zelf wanneer je ziet hoe andere mensen op andere gedachten komen, of op dezelfde gedachte op een heel andere wijze dan jij, en als je ziet waarin ze beter en waarin minder goed zijn dan jijzelf. En je leert bang te zijn noch voor het een noch voor het ander.

Mijn eerste samenwerking was met mijn mededoctoraalstudent Anne Troelstra, toen we samen o.a. het begrip p-morfisme ontdekten [21] en formulealgebra's construeerden. Het was het begin van een levenslange relatie waar ik steeds steun aan ontleend heb tot bij het voorbereiden van deze lezing toe.

Dergelijke samenwerkingen lopen door tot de dag van vandaag met promovendi en scriptiestudenten. Want ook daar is vaak sprake van intensieve samenwerking, al zorgt een enkele student bijna helemaal voor zichzelf. Samenwerken met studenten heeft natuurlijk het voordeel dat je ze vaak het vuile werk kunt laten opknappen. Misschien zal Anne zeggen dat ik dat altijd al deed maar tussen toen en nu heb ik genoeg mensen ontmoet die in staat waren rustig af te wachten totdat ik het meeste werk had opgeknapt. Destijds zette ik zelf meteen mijn onderzoekje met Troelstra naar formule-algebra's voort en herontdekte het zgn. Rieger-Nishimura-tralie (en de bijbehorende Rieger-Nishimura-ladder), door Rieger in 1949 ontdekt [25], en later al een keer door Nishimura [24] herontdekt. Het is altijd mijn favoriete wiskundige structuur gebleven. Veel andere mooie plaatjes in dit gebied zijn later gerpoduceerd door Lex Hendriks.

Met deze woorden heb ik natuurlijk onder andere aan Beth, Heyting en Troelstra op een indirecte wijze mijn dank uitgesproken. Op deze wijze zult u vele andere mensen tegenkomen die ik dank verschuldigd ben, vaak overigens op nog vele andere wijzen dan ik hier vermeld. Ik ga dit college dus niet afsluiten met het bedanken van een hele reeks mensen. Maar ik zal één of eigenlijk twee routes door mijn werk kiezen die lang niet alles bestrijken waar ik me mee heb beziggehouden, en alleen

een aantal mensen die ik op die routes zal tegenkomen zullen een rol spelen. Aan de andere kant, als ik met u heb samengewerkt dan hoef ik u daar ook eigenlijk niets over te zeggen, u moet weten hoe het was en hoe ik het apprecieerde.

Eindelijk kom ik nu bij de eerste van de twee routes door mijn werk die ik u heb voorgespiegeld. De eerste route verwijst naar de titel van dit college: mijn verhouding tot volledigheid en onvolledigheid in de loop der tijd. Daartoe eerst iets over Gödels werk zelf.

Volledigheid. Wat bewees Gödel in 1930? Hij bewees: er is een overzichtelijk bewijssysteem voor alle geldige eerste orde logische schema's. Ik zal niet ingaan op wat dat precies zijn, maar denk aan Aristoteles

Alle A zijn B, alle B zijn C. Dus, alle A zijn C.

Een overzichtelijk bewijssysteem betekent dat al zulke dus-relaties, hoe ingewikkeld ook, kunnen worden gereduceerd tot vaste, ontwijfelbaar correcte, kleine stapjes (denk aan de meetkunde van Euclides), zgn. formele bewijzen. Je hebt dus een *taak*, hier het opsporen van *alle logische waarheden*. En een harde oplossing: een *bewijssysteem*. De taak is gedefinieerd met behulp van het begrip *waarheid*: in eerste instantie denken logici bij volledigheid dus aan het oplossen van taken die met behulp van waarheid zijn gedefinieerd en bij de oplossing aan een bewijssysteem. Maar in mijn opinie mag je dat best wat ruimer zien. Hoe dan ook, de stelling zegt:

Alle logische waarheden zijn bewijsbaar.

Misschien was de zogenaamde *volledigheidsstelling* [5] achteraf beschouwd niet zo uitzonderlijk moeilijk te bewijzen, het moeilijkste was, dat komt wel vaker in de wetenschap voor, te bedenken dat er een probleem was dat een antwoord nodig had.

Laat me proberen een ruw beeld van volledigheid op te roepen met een ander soort taak. Stel, je taak is te zorgen dat je op een reis alles meeneemt wat je mee moet nemen. Dat kun je op een harde manier doen door een lijstje te maken van alles wat mee moet. Als je op veel reizen gaat met veel verschillende doelstellingen en verschillende lengtes dan wordt dat toch al heel wat ingewikkelder. Laten we zeggen dat het in principe, en dat is het verschil met wiskunde, toch eindig blijft. Je kunt dan volstaan met een lijst, die dan misschien veel regels bevat van de vorm: als A dan dit meenemen, als B dan dat, als C dan zus als D dan zo.

Overigens is dit natuurlijk alleen een theoretische oplossing. Het meest prachtige lijstje behoedt je niet voor wat mij wel eens is gebeurd, namelijk dat je je toilettas openmaakt en je twee tubes tandpasta en geen tandenborstel vindt. Aan die meer practische kant zit veel meer vast, ook theoretisch, maar daar kom ik vandaag niet aan toe.

Misschien twijfelde u al bij het begin of een goed, volkomen algemeen lijstje mogelijk is voor reizen zonder enige restrictie. In de wiskunde is een dergelijke twijfel er vanaf het begin. Er zijn in de wiskunde eigenlijk altijd oneindig veel mogelijkheden, oneindig minstens in de zin van de natuurlijke getallen 1, 2, 3, . . . Ook logische waarheden zijn er oneindig veel. Dus een eindige opsomming kan zeker niet. Toch liet Gödel zien dat je die allemaal systematisch op een rij kunt krijgen. Zulke volledigheidsstellingen zijn nu bewezen voor talloze ruimere logische systemen die redeneren over tijd, ruimte, kennis, bewijsbaarheid en weet ik wat allemaal andere begrippen. Het is natuurlijk duidelijk dat het begrip volledigheid te maken heeft met precisie. Als een begrip volledigheid toelaat dan heeft het alleen al daardoor een bepaalde precisie. Als een begrip volledigheid niet toelaat, zoals wiskundige waarheid, dan kun je de deur nooit helemaal gesloten houden voor filosofische discussies zoals die van Brouwer.

Want de andere kant van de medaille is namelijk volgens Gödel dat, als je kijkt naar de taak van het beschrijven van alle *wiskundige waarheden* (veel meer zijn dat er dan alleen de logische) dat daar een essentiele onvolledigheid is. Geen bewijssysteem kan ooit alle wiskundige waarheden bereiken, niet eens alle waarheden die over de natuurlijke getallen 1, 2, 3, . . . gaan: zoals 2 +2 = 4, ieder getal dat deelbaar is door 2 en door 3 is deelbaar door 6, de stelling van euclides dat er oneindig veel priemgetallen zijn (getallen die alleen deelbaar zijn door zichzelf), de laatste stelling van Fermat, onlangs bewezen door Andrew Wiles.

Gödels bewijs uit 1931 gebruikte op een indirecte wijze de paradox van de leugenaar.

Deze zin is niet waar.

Is die zin waar of niet? Al de oude Griekse logici hielden zich bezig met de knoop waarin je terecht komt als je daarover nadenkt: als de zin waar is, is hij het juist niet.

Maar als hij niet waar is dan is hij het juist weer wel.

Gödel temde die paradox als het ware om hem te gebruiken. Een tweede basisidee in zijn bewijs was dat bewijssystemen met getallen kunnen worden gecodeerd zodat je met een bewijssysteem over getallen ook bewijzen over bewijzen kunt formuleren. Een derde en laatste idee was dat in de getaltheorie dekpunten bestaan. In de wiskunde gaan *dekpuntsstellingen* (een van de zaken juist waar Brouwer mee beroemd geworden is) meestal om transformaties van ruimtes: zulke stellingen zeggen dan dat die transformaties sommige punten op hun plaats laten (bijv. bij het draaien van een bol altijd minstens twee punten op hun plaats blijven). Gödels dekpuntsstelling heeft overigens niets te maken met die van Brouwer. Gödel liet zien dat er formules zijn die gezien kunen worden als een getaltheoretische uitspraak over zichzelf en dan via de codering als een uitspraak over hun eigen bewijsbaarheid, ook dat kun je zien als een soort dekpunt, niet bij een transformatie van een ruimte maar van een verzameling formules. Voor ieder bewijssysteem bestaat er dan een uitspraak over getallen die gelezen kan worden als:

Deze zin is niet bewijsbaar.

U voelt wel dat zo'n zin om redenen van consistentie niet bewijsbaar kan zijn, hij zegt per slot van rekening dat hij het niet is. Hij is dus niet bewijsbaar, maar juist daarom toch waar. Er bestaan voor ieder bewijsssysteem voor de getaltheorie ware maar niet-bewijsbare uitspraken.

Gödel bewees nog een diepere onvolledigheidsstelling, de zgn. *tweede onvolledigheidsstelling*: één van die ware maar niet bewijsbare uitspraken is dat zo'n bewijssysteem consistent is, niet tot een tegenspraak kan leiden. Wat populair gezegd: zo'n bewijssysteem kan zijn eigen consistentie niet bewijzen.

Mijn eerste belangrijke onderzoek op het gebied van volledigheid kwam vlak na mijn promotie, rond 1970. Ik was toen nog bijna alleen met intuitionistische logica bezig en mijn resultaat betrof een beperkte volledigheid van de intuitionistische logica met betrekking tot de intuitionistische getaltheorie. In de strikte zin van het verbinden van waarheid met bewijsbaarheid was dat geen volledigheid, en ik noemde het eerst ook voorzichtig maximaliteit, maar later werden dergelijke stellingen wel degelijk aritmetische volledigheidsstellingen genoemd. En zoals ik al zei, als je volledigheid bekijkt in de zin van het volledig de baas kunnen van een taak, dat is hier zeker van toepassing. De stelling zei dat, als een logische uitspraak in de intuitionistische getaltheorie altijd bewezen kan worden dan is het al een logische waarheid in de zin van de intuitionistische logica.

Mijn stelling bracht mij in contact met Craig Smoryński, een jonge Amerikaanse student in die tijd. Hij kwam voor hetpropositionele deelresultaat met een veel simpeler bewijs dan ik, en ik had nogal wat correspondentie met hem. Terug uit de V.S. in Nederland had ik het geluk dat Dirk van Dalen hem enkele jaren in Utrecht heeft uitgenodigd. Toen hij kwam was ik al een nieuwe richting ingeslagen die nu niet met intuitionistische logica te maken had, maar die aansloot op de onvolledigheidsstelling van Gödel. Beth was na enkele intermezzo's opgevold door Löb. Samen met hem had ik het probleem gesteld: hoeveel kan in de getaltheorie nu wel bewezen worden aangaande de bewijsbaarheid van willekeurige formules in de getaltheorie zelf. Als je die taak dan als een volledigheidsprobleem ziet en dat probleem oplost, dan heb je een soort volledigheid van de onvolledigheid. Löb was daarbij vanzelf betrokken omdat hij een versterking bewezen had van de tweede onvolledigheidsstelling van Gödel., die, als we juist waren, die volledigheid in zich droeg. Net zoals Gödel gebruikte hij bij het bewijs een paradox, tegenwoordig bekend onder de naam Curry-Löb-paradox. Die paradox gebruikt zinnen als:

Als deze zin waar is dan bestaat Sinterklaas.

Met gebruik van deze zin is het eenvoudig en onontkoombaar aan te tonen dat Sinterklaas bestaat. Ik laat u dit als opgave. Misschien komt het u de komende weken nog van pas. Het probleem was in feite of de logica die door Löbs stelling werd geaxiomatiseerd volledig was in de getaltheorie, een arithmetische volledigheidsstelling als de conjecture juist was.

Ik herinner me niet goed of Smoryński al was geinteresseerd in Löbs logica, de zgn. bewijsbaarheidslogica, voor hij hier kwam. In ieder geval raakte hij er bij betrokken. Hij kwam met een tweede probleem aangaande Löbs logica, kan het bestaan van dekpunten van logische formules, fixed points, altijd al binnen de logica worden bewezen? Toen ik dat probleem oploste in positieve zin, en die dekpuntsstelling bewees min of meer tegelijk met een Italiaan, Giovanni Sambin [26], bleek dat uiteindelijk een troostprijs, een belangrijke troostprijs, maar toch. Een andere Amerikaan namelijk, Robert Solovay was er in geslaagd ons hoofdprobleem op te lossen [28] zonder overigens op de hoogte te zijn van onze interesse, iets dat in de wetenschap vaak voorkomt. Het was ook niet zo dat ik er erg dicht bij zat. Solovays bewijs is erg mooi en bevatte technieken die ik toen nog niet onder de knie had.

Toch bereikten wij ook buiten de dekpuntsstelling vele belangrijke resultaten [17]. Craig Smoryński was wel een erg bijzonder persoon om mee om te gaan, maar ik heb heel veel aan hem te danken. Opschrijven van wiskundig werk is voor mij nooit gemakkelijk gekomen, en deze periode was dat betreft het dieptepunt. Craig heeft gezorgd dat alle belangrijke dingen werden gepubliceerd, indien nodig door ze zelf op te schrijven [27]. Het zal mij altijd dwars blijven zitten dat ik hem met zijn belangrijkste tekortkoming niet zo goed kunnen helpen als hij mij met de mijne. De zijne was haast het tegenovergestelde: hij schreef ongelofelijk gemakkelijk, uitzonderlijk goed en met veel plezier, alleen, zodra hij schreef droop helaas het gif van zijn pen. Hij kende geen groter plezier dan het opschrijven van venijnige beledigingen van bekende logici. In onze eigen publicaties lukte het me hem hiervan te weerhouden maar zodra hij elders zijn kans schoon zag was het raak. Daarmee heeft hij gezorgd dat hij uiteindelijk niet een baan heeft gekregen die met zijn wetenschappelijke kwaliteiten in overeenstemming was.

Laat ik iets schetsen van onze dekpuntsstelling. Gödel liet dus zien dat er een zin:

Deze zin is niet bewijsbaar.

bestaat. Als je die zin G noemt dan heb je dus dat

G is niet bewijsbaar.

en

(G is niet bewijsbaar) is niet bewijsbaar.

equivalent zijn, hetzelfde zeggen. In andere woorden: *G is niet bewijsbaar* is een dekpunt van *G is niet bewijsbaar*. Maar de tweede onvolledigheidsstelling geeft eigenlijk dat ook de consistentie bijvoorbeeld uitgedrukt door

$2 + 2 = 5$ is niet bewijsbaar

(een theorie is namelijk consistent wanneer hij geen duidelijke onzin bewijst) dat die zin een dekpunt is van *G is niet bewijsbaar*:

$2 + 2 = 5$ is niet bewijsbaar.

is equivalent met

($2 + 2 = 5$ is niet bewijsbaar) is niet bewijsbaar

Dat is veel mooier omdat in *$2 + 2 = 5$ is niet bewijsbaar* G niet voorkomt, en dat is wat onze stelling beweert. In de andere zin die we bekeken, maar nu met bewijsbaarheid:

Als deze zin bewijsbaar is dan bestaat Sinterklaas.

Maar nu met *Sinterklaas bestaat* vervangen door een willekeurige getaltheoretische uitspraak S:

Als deze zin bewijsbaar is dan geldt S.

Als je die zin L noemt, wordt dat dus:

Als L bewijsbaar is dan geldt S

Een dekpunt daarvan waarin L niet meer voorkomt is:

als S bewijsbaar is dan geldt S.

of anders gezegd

Als S bewijsbaar is dan geldt S.

is equivalent met

Als (Als S bewijsbaar is dan geldt S) bewijsbaar is dan is geldt S.

Ik denk dat u het wel goed vind als ik geen ingewikkelder voorbeelden uitleg. Tegen het einde van de periode dat Craig in Nederland was begon een andere samenwerking van vele jaren en op allerlei gebieden, die met Albert Visser van de Universiteit Utrecht. Onze belangstellingen vallen vaak samen. Die betreffen niet alleen de Gödel-Löblogica en de intuitionistische logica in de echte inhoudelijke zin, maar ook de interdisciplinaire visie op logica, waardoor we beiden logica ook met taal hebben verbonden, zij het op andere wijze. We hebben samen onderzoek gedaan en gepubliceerd [19] [20] en wat dat betreft zijn vooral gedenkwaardig de dagen die we samen denkend en delibererend in een schitterend oud hotel doorbrachten midden in het centrum van Praag, eindelijk een keer alleen en met rust gelaten. Dat bezoek was ook verder heel mooi: ik mocht ook het Rieger-Nishimura-tralie uitleggen aan de logici van Praag: het was weliswaar daar door Rieger in 1949 ontdekt, maar volkomen in vergetelheid geraakt. Veel belangrijker nog dan het directe gezamenlijke onderzoek was het vaak gezamenlijke project aangaande bewijsbaarheid, interpreteerbaarheid en als het even kon intuitionistische logica, wat vooral door Alberts enorme ideeenrijkheid en enthousiasme vrucht heeft gedragen en waarin een hele reeks studenten scripties en promoties hebben voortgebracht. Heel bevredigend is dat een van de laatsten die er in gewerkt heeft, Rosalie Iemhoff, veel gedaan heeft aan het combineren van de intuitionistische logica met de Gödel-Löblogica. Er is weliswaar nog geen aritmetische volledigheidsstelling, maar tenminste een redelijke conjecture over hoe die er uit zou moeten zien. Omdat Alberts ideeen nog lang niet op zijn is dit project zeker nog niet aan zijn einde. Dat is wel zo met de eerste route van vandaag.

De tweede route is de route van de logica als interdisciplinair gebied, waarvoor we weer een stuk teruggaan in de tijd. Toen ik begin zeventiger jaren uit de Verenigde Staten terugkwam was ik in een wat meer wiskundige mood na mijn promotie bij Kleene hoewel ik ook daar filosofische contacten had gehad.

Na mijn terugkeer vroeg ik me af of ik wel in staat was om de kracht te vinden de logica als interdisciplinaire wetenschap uit te dragen. Paste dat nog in de moderne tijd, de moderne tijd van de zeventiger jaren? Erg lang duurde die twijfel niet. Mijn ogen werden eigenlijk meteen geopend toen de zeer jonge Johan van Benthem die net zijn doctoraal behaald had mij vroeg bij te dragen aan zijn tijdslogicacollege voor filosfiestudenten. Het wás mogelijk, dat was meteen duidelijk door zijn inspirerende houding tegenover het materiaal, en de interesse van de studenten, en vanaf die tijd heb ik nooit meer getwijfeld, een kortstondige samenwerking op dat tijdstip met mijn later collega die voor mij heel betekenisvol was en die vaak is herhaald. Hierdoor was het voor mij vanzelfsprekend de brug te gaan vormen voor de logica tussen de filosofische faculteit en de wiskunde. Het beter opzetten van, en meedoen aan het onderwijs bij de filosofen, het colloquium met de taalfilosofen Renate Bartsch, Martin Stokhof en Jeroen Groenendijk, en medelogici Roel de Vrijer en Frank Veltman, waarin ook de prille informatica vaak vertegenwoordigd was door Peter van Emde Boas. Meehelpen bij de eerste Amsterdam colloquia op logica-en-taalgebied die nu een begrip zijn (ze komen iedere twee jaar terug) maar in die tijd heel klein zijn begonnen. Daaruit kwam ook het idee voort van het leerboek logica voor taalkundigen en filosofen geschreven onder het pseudonym Gamut (Groningen-Amsterdam-Utrecht) dat in zeer nauwe samenwerking door Henk Verkuyl (Utrecht), Johan (toen in Groningen) en Martin, Jeroen en mij is vervaardigd. Nog steeds heeft dit boek hier en op vele andere plaatsen in de wereld een unificerende werking.

Tegelijkertijd vochten wij organisatorisch tegen allerlei stromen in om de samenwerking tussen de logica in verschillende faculteiten te bewaren. De talloze reorganisaties die de universiteiten in Nederland hebben geteisterd hadden steeds opnieuw tot gevolg dat de structuren die we hadden bedacht om de samenwerking tussen de logici binnen de wiskunde en de filosofie te formaliseren werden getorpedeerd. Lange tijd hadden wij een zgn. interfacultaire vakgroep. Toen dat uiteindelijk niet meer toegestaan was, begonnen wij maar nog wat ambitieuzer een inofficieel maar effectief Instituut voor Logica, Taal en Informatie, het ITLI, waarin behalve logici, ook taalfilosofen, theoretische informatici en computationele taalkundigen samenwerkten, het instituut van onder andere de befaamde blauwe rapporten die tijden lang door mij met een aantal assistenten en AIO's in elkaar werden geniet. Dit is de voorloper van het wel officiele Institute for Logic, Language and Information, de oprichting waarvan pas tot stand kon komen toen Johan van Benthem uit Groningen terugkeerde en zich daarvoor inzette. Dit instituut is het bewijs dat de ideeen van Beth over logica springlevend zijn. Het geeft ons hier een grote voorsprong boven andere universiteiten in de wereld waar, als er logici zijn, ze bijna altijd geisoleerd van elkaar in verschillende instituten hun werk doen.

Die aantrekkelijke interdisciplinariteit heeft mij ook enorm geholpen bij mijn laatste grote project, het internationale masterprogramma logica. In 1995 zijn we daarmee begonnen, lang voordat de Bologna-masterprogramma's van de laatste twee jaren zijn gestart. Na een aarzelend begin: het eerste jaar hadden we 1 semilegale student, het tweede jaar 2, het derde 5, lijken we nu op een voor een zo kleine studie als logica zeer respectabel aantal van ruim 20 eerstejaars masters aangekomen waaronder nu ook meer Nederlandse studenten. Behalve een zekere trots dat het een succes geworden is heeft ook dit mij een aantal bijzondere samenwerkingen opgeleverd, nu van niet-wetenschappelijke aard. Na een korte enthousiaste start met Erik-Jan van der Linden, die het concept bedacht had, heb ik jarenlang tezamen met Ingrid van Loon als zakelijke coordinator het programma gedreven met daarbij hulp van een enthousiaste groep mededocenten, de mentoren. Nadat zij bedrijfsvoerder geworden is van het hele ILLC heb ik op een voor mij persoonlijk zeer plezierige wijze met verschillende opvolgers samengewerkt. Maar zonder ook maar iets af te willen doen aan de kwaliteiten van die opvolgers die zich ook vaak grote inspanningen hebben getroost heb ik toch daarna steeds moeten terugdenken aan de tijd van Ingrid toen alles als bijna vanzelf liep, en toen groot deel van de basisstructuren waarop we ons nu baseren door haar zijn opgebouwd. Ik denk dat het beste compliment aan een manager kunt geven is dat je pas achteraf begrijpt hoe goed ze het deed.

Het programma verbreidt het ideaal van een interdisciplinaire logicagroep ook buiten Nederland. De studenten komen hier naar toe juist voor dat aspect en kunnen zelf het idee weer uitdragen. We hebben ondertussen studenten gehad uit meer dan 30 verschillende landen. Een aantal blijven als AIO hier of elders in Nederland, velen gaan terug om te promoveren in eigen land, of gaan nog ergens anders naartoe. Ik doe nu misschien alsof ik deze taak op me heb genomen alleen vanwege het grote belang ervan voor de samenleving, maar het is natuurlijk in de eerste plaats erg leuk geweest. Ik heb misschien daarom wel wat pijn bij het overdragen van mijn taak als directeur van het programma; maar zorg over de toekomstige vervulling van de taken heb ik niet, de overdracht van de taken is bijzonder soepel gegaan, en ook met het masterprogramma hoef ik de samenwerking niet te staken.

Zowel het masterprogramma als het gehele ILLC is een voorbeeld van een kleine succesvolle groep (ook het gehele ILLC is toch relatief klein) die zijn succes te danken heeft aan een gezamenlijk doel en een gevoelen van verbondenheid. Ik ken dat ook van buiten de universiteit en ik maak even een korte excursie buiten het wetenschappelijke bedrijf. Al jaren werk ik samen binnen de Fietsersbond, de ENFB, in Amsterdam, met een betrekkelijk kleine, zeer gemotiveerde groep mensen met een gemeenschappelijk doel, het bevorderen van het fietsen in Amsterdam en het daarmee leefbaar houden van de stad. Ik heb daar veel geleerd, ook voor mijn werk aan de universiteit, bij het stellen van doelen, het vasthouden eraan, het gebruiken van de juiste gelegenheid als die zich voordoet, en andersom het zoeken van de juiste gelegenheid om een bepaald doel te realiseren, het belang van onderlinge solidariteit, het belang van het zoeken naar samenwerking met anderen. Maar vooral heb ik ook daar geleerd hoeveel effectiever een kleine gemotiveerd samenwerkende groep is dan een groot, op papier zeer efficient apparaat. Ik geloof in precies hetzelfde bij de universiteit, het ILLC is ook zo'n groep mensen en daarom ben ik blij dat de universiteit het ILLC het vertrouwen heeft geschonken om als relatief klein geheel zijn eigen weg te zoeken. Ik ben overtuigd van de uiteindelijk efficientie van zo'n vertrouwen. Dankbaar ben ik vooral ook omdat het niet gemakkelijk is dat vertrouwen te geven. Het is uiteindelijk gebaseerd op iets dat niet duidelijk meetbaar is. Het is een goede indicatie dat het begrip volledigheid dat ik vandaag heb introduceerd bij menselijke besluiten niet zo dienstig is als bij het beschrijven van mathematische structuren: een volledige handleiding voor dekanen en directeuren bestaat niet.

Filmmaker Francois Ozon zegt eigenlijk hetzelfde in een interview in de NRC anderhalve week geleden in antwoord op een vraag waarom zijn films zo schijnbaar bewust multiinterpretabel zijn: het leven is niet logisch. Logici hebben de neiging dat wel eens te vergeten. Maar bij mij is het dan altijd wel Christel die me wegtrekt van het rechte pad naar de kronkelige paden van het echte leven, en me op die manier in evenwicht houdt. En ook de kinderen brengen me in een andere levende wereld.

Ik heb ondertussen mijn twee routes zeker wel voltooid inclusief wat zijpaden. Ik heb gesproken over een aantal samenwerkingen die nog wel even zullen doorgaan. In tegenstelling tot bij veel andere banen hoeft een emeritaat namelijk niet te betekenen dat je hélemaal met je werk stopt. Het instituut geeft me de faciliteiten om door te gaan met die dingen die ik leuk vind in een wat gemoedelijker tempo zodat mijn andere leven wat meer tijd krijgt. Ik kan dan ook niet zeggen dat ik ernstig bezwaar heb tegen de verplichte pensioenleeftijd. Ik denk dat er een goed evenwicht is tussen de faciliteiten die het instituut mij biedt om werk te doen dat ik leuk vind en het nut dat het instituut van mijn blijvende aanwezigheid heeft. Maar ik zie dat ik langzamerhand weer aan het vooruitkijken geslagen ben. Blijkbaar is het tijd voor vandaag om te stoppen. Ik dank u voor uw aandacht.

References

[1] E.W. Beth, Konstanten van het Wiskundige Denken, *Mededelingen der Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, Afd. Letterkunde, Nieuwe Reeks*, Deel 2, No. 7, 1963.

[2] L.E.J. Brouwer, *Over de grondslagen der Wiskunde*, D. van Dalen (red.), Mathematisch Centrum, Amsterdam 1981.

[3] D.M. Gabbay and D.H.J. de Jongh, A Sequence of Decidable, Finitely Axiomatizable Intermediate Logics with the Disjunction Property, *Journal of symbolic Logic*, 39:67–dd78, 1974.

[4] L.T.F. Gamut, *Logic, Language and Meaning, vol. I: Introduction to Logic, vol. II: Intensional Logic and Logical Grammar*, Chicago University Press, 1991.

[5] Kurt Gödel, Die Vollständigkeit der Axiome des Logischen Funktionenkalküls, *Monatshefte für Mathematik und Physik* 37, 349–360, 1930.

[6] Kurt Gödel, Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter System I, *Monatshefte für Mathematik und Physik* 38:173–198, 1931.

[7] A. Hendriks, *Computations in Propositional Logic*, ILLC-dissertation series, Universiteit van Amsterdam, DS-1996-01, 1996.

[8] A. Heyting, Die Formalen Regeln der Intuitionistischen Logik. *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften, Physikalisch-mathematische Klasse*, 1930, 57–71.

[9] A. Heyting, *Intuitionism, an Introduction*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1956.

[10] Rosalie Iemhoff, *Provability Logic and Admissible Rules.* ILLC-dissertation series, Universiteit van Amsterdam, DS-2001-04, 2001.

[11] Rosalie Iemhoff, Preservativity logic (an analogue of interpretability logic for constructive theories), *Mathematical Logic Quarterly*, 49(3):11–21, 2003.

[12] René de Jonge, IL-modellen en Bisimulaties, *ILLC-Publications, Technical Notes (X) series* X-2004-06, 2004.

[13] Dick de Jongh and Makoto Kanazawa, Angluin's Theorem for Indexed Families of r.e. Sets and Applications, in: *Proceedings of the Nineth Annual Conference on Computational Learning Theory*, 193–204. The Association for Computing Machinery, New York, 1996.

[14] Dick de Jongh and Franco Montagna, Provable Fixed Points, *Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math*, 34:229–250, 1988.

[15] Dick de Jongh and Franco Montagna, Much Shorter Proofs,, *Zeitschr. f. math. Logik und Grundlagen d. Math*, 34:247–260, 1989.

[16] Dick de Jongh and Rohit Parikh, Well-partial Orderings and Hierarchies, *Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, Amsterdam, series A, 80:195–207, 1977.

[17] D.H.J. de Jongh and C. Smoryński,, Kripke Models and the Intuitionistic Theory of Species, *Annals of Mathematical Logic* 9:157–186, 1976.

[18] Dick de Jongh and Frank Veltman, Provability Logics for Relative Interpretability, in *Mathematical Logic*, ed. P.P. Petkov, Plenum Press, New York and London, 1988.

[19] Dick de Jongh and Albert Visser, Explicit Fixed Points in Interpretability Logic, *Studia Logica*, 50:39–50, 1991.

[20] Dick de Jongh and Albert Visser, Embeddings of Heyting Algebras, in: W. Hodges, M. Hyland, C. Steinhorn and J. Truss, eds., *Logic: from Foundations to Applications*, European Logic Colloquium, 187–214, Clarendon Press, Oxford 1996.

[21] D.H.J. de Jongh and A.S. Troelstra, On the Connection of Partially Ordered Sets with some Pseudo-boolean Algebras, *Indagationes Mathematicae*, 28:317–329, 1966.

[22] Joost Joosten, *Interpretability Formalized*, Quaestiones Infinite, Publications of the Department of Philosophy, Utrecht University, Vol. XLIX, 2004.

[23] M.H. Löb, Solution of a Problem of Leon Henkin, *Journal of symbolic Logic*, 20:115–118, 1955.

[24] I. Nishimura, On Formulas of one Variable in Intuitionistic Propositional Logic, *Journal of symbolic Logic*, 25:327–331, 1960.

[25] N.S. Rieger, On the Lattice Theory of Brouwerian propositional Logic, *Acta Fac. Rerum Nat. Univ. Carolinae*, 189:3–40, 1949.

[26] G. Sambin, An Effective Fixed-point Theorem in Intuitionistic Diagonalizable Algebras, *Studia Logica*, 35: 345–361, 1976.

[27] Craig Smoryński, *Self-reference and Modal Logic*, Springer-Verlag, Berlin, 1985.

[28] R.M. Solovay, Provability Interpretations of Modal Logic, *Israel Journal of Mathematics*, 25: 287–304, 1976.