

Wiskunde en muziekcognitie¹

Henkjan Honing

Leerstoelgroep muziekwetenschap

Institute for Logic, Language and Computation (ILLC)

Universiteit van Amsterdam

Wiskunde en muziekcognitie lijken twee vakgebieden die mijlenver uit elkaar liggen. Niets is minder waar, volgens muziekwetenschapper dr Henkjan Honing. Zonder wiskunde zou het onmogelijk zijn cognitieve theorieën over muziek te onderbouwen, te vergelijken, verifiëren of falsificeren, betoogt hij in een fictieve vertelling gebaseerd op ware feiten.

Vooraf een introductie op het intrigerende vakgebied van de muziekcognitie.

Muziekcognitie

De term 'musicologie' wordt op verschillende manieren gedefinieerd.

Traditioneel duidt de term op academisch onderzoek dat een specifieke set van geesteswetenschappelijke methodes deelt, vergelijkbaar met kunstgeschiedenis en zijn historiografische paradigma's. De American Musicological Society (AMS) beschreef musicologie in 1955 als "a field of knowledge having as its object the investigation of the art of music as a physical, psychological, aesthetic, and cultural phenomenon." In de laatste twintig jaar heeft zich echter een belangrijke verschuiving voorgedaan. Een verschuiving van "muziek als kunstwerk" naar muziek als een proces waarin de componist, de uitvoerder en de luisteraar een centrale rol spelen. Deze verandering vereist, door de nieuwe probleem- en vraagstellingen, nieuwe methodes die veelal geleend worden uit de sociale- en de natuurwetenschappen. In dit in internationaal perspectief explosief groeiende vakgebied staan nieuwe vragen centraal. Ze behelzen de aard en

¹ Wordt gepubliceerd in het tijdschrift *Nieuw Archief voor Wiskunde* September 2004.

[<http://www.math.leidenuniv.nl/~naw/>]

eigenschappen van muziek als een wiskundig, akoestisch, fysiologisch, psychologisch en cognitief verschijnsel. De muziekcognitie, ook wel cognitieve musicologie genoemd, verenigt marginaal onderzoek uit de psychologie, de informatica en de (etno)musicologie tot een nieuw, intrigerend vakgebied.

Vertelling

In het komende verhaal spelen drie fictieve karakters een rol die staan voor de drie uiteenlopende disciplines van de cognitieve musicologie. Meneer **P** is bijzonder geïnteresseerd in psychologie, Mevrouw **W** is amateur wiskundige, en Meneer **M** is hun muzikale vriend.

Het is niet de eerste keer dat de drie vrienden elkaar ontmoeten. Flink wat jaren geleden werkten ze een kerstvakantie lang aan het ontrafelen van het geheim van de juiste *timing* in piano-uitvoeringen (zie Desain & Honing, 1993).

Hoewel Meneer **M**, de musicus, destijds erg onder de indruk was van de goed geoutilleerde muziekstudio op de zolder van Meneer **P** en Mevrouw **W**'s, vielen de muzikale resultaten van hun computersimulaties hem behoorlijk tegen. De drie hadden allerlei theorieën over muziek in de bibliotheek opgezocht en er berekeningen en wiskundige modellen op losgelaten. Maar bij het luisteren ernaar, en vergelijkingen makend met de uitvoeringen van Meneer **M** zelf, faalde de programmatuur van **P** en **W** keer op keer. Meneer **M**, hun muzikale vriend, verliet uiteindelijk geïrriteerd het pand om elders zijn kerstmis te vieren.

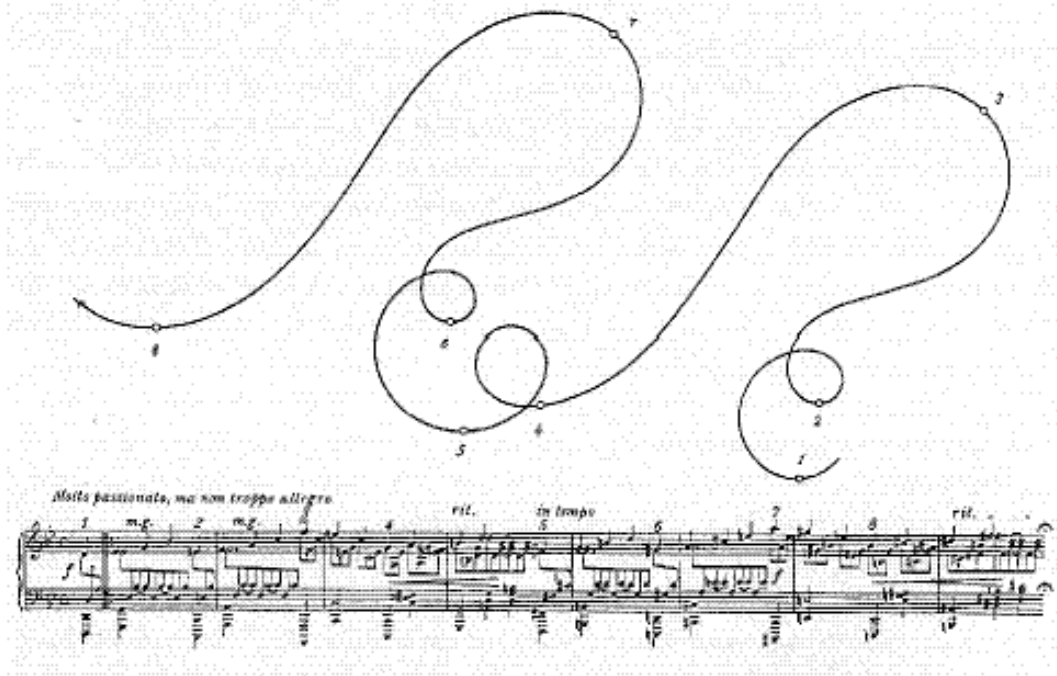
Deel 1: Waarin M een belangrijk inzicht kreeg, en P de juiste literatuur vond

Afgelopen Kerstmis herinnerde **M** zich weer deze kerstvakantie van precies tien jaar geleden, toen hij een boek over de geschiedenis van het *tempo rubato* (i.e. stelen van tijd, niet in de maat spelen) aan het lezen was. Hij was er nog steeds van overtuigd dat **P**, de psycholoog, en **W**, de wiskundige, op de verkeerde weg waren met hun rare computerprogramma's. Hoe meer hij las over *tempo rubato*, hoe overtuigender hij raakte van het feit dat ze een

belangrijk aspect over het hoofd hadden gezien bij het bestuderen van uitvoeringen en expressieve timing, maar hoe zou hij hen dat aan het verstand kunnen brengen?

Meneer M ging aan zijn piano zitten. Zonder erbij na te denken sloeg hij enkele akkoorden aan. En plotseling wist hij precies waar de kneep zat: de relatie tussen muziek en menselijke beweging. Zeer vanzelfsprekend, nu hij er over nadacht. Je hoefde maar te kijken naar de terminologie die door musici gebruikt wordt. Woorden als *andante* (wandelen; tempo aanduiding) of *accelerando* (versnelling) verwijzen naar de menselijke motoriek. En daarom, zo redeneerde hij, zou een theorie over hoe musici timing en tempo als expressie middel gebruiken wel eens veel met de wetmatigheden en eigenschappen van de menselijke motoriek van doen kunnen hebben.

Hij rende terug naar het boek dat hij in zijn leunstoel achtergelaten had. Daar vond hij verschillende verwijzingen naar wetenschappers in de vorige eeuw die de relatie muziek en het menselijk lichaam maakten. Een van hen was Alexander Truslit die hierover in 1938 een boek publiceerde. Truslit maakte onderscheid tussen vier bewegingstypes in muziek, zo las Meneer M in zijn boek. Truslit paste deze kinematische interpretaties toe op verschillende composities waarbij de lijnen visualiseren welk gevoel van beweging bij de luisteraar opgeroepen wordt (zie Figuur 1).



Figuur 1: Truslit's kinematische interpretaties van J. Brahms' *Rhapsodie in g mineur* (uit Truslit, 1938).

M was zo tevreden met zijn vondst dat zijn laatste restje ergernis over P en W plotsklaps verdween. Hij besloot P op te bellen om hem te vertellen over zijn nieuwe inzichten: "Mijn goede vriend P, je herinnert je vast nog dat we zo'n tien jaar geleden een kerstmis lang bezig zijn geweest met het maken van computergegenereerde uitvoeringen. Die voldeden toen niet in het minst aan mijn verwachtingen. Maar ik geloof dat we iets enorm belangrijks over het hoofd hebben gezien. De juiste timing gaat natuurlijk niet alleen over het plaatsen van de noten, het gaat ook over de musicus zelf, en over wat sommigen 'belichaamde muziek' noemen. Ben je het niet met me eens dat als een musicus een uitvoering muzikaal en natuurlijk wil laten klinken, hij deze –wellicht onbewust– baseert op de wetten en regelmatigheden van de menselijke motoriek? Kennis over het lichaam –de manier waarop het voelt, beweegt, reageert– is toch wat musici met hun luisteraars delen? En maken de

meeste uitvoerders daar niet dankbaar gebruik van?”

Meneer **P** werd onmiddellijk enthousiast. Hij zag weer nieuwe mogelijkheden hun vroegtijdig afgebroken speurtocht voort te zetten.

P dook meteen de bibliotheek in en verzamelde alle boeken en artikelen over het onderwerp die hij kon vinden. Hij stuitte echter op één probleem: veel teksten bevatten onbegrijpelijke wiskundige formules.

Meneer **M** stelde voor een nieuwe bijeenkomst te beleggen, en wederom met Mevrouw **W**, de amateur wiskundige, erbij. Maar deze keer wel in *zijn* huis, op veilige afstand van de technologie waar **P** en **W** hem de vorige keer zo onnodig mee hadden lastig gevallen.

Deel 2: Waarin de vrienden elkaar opnieuw ontmoetten en zich verdiepten in de elementaire mechanica

Enkele dagen later zat het drietal aan de keuken tafel van meneer **M**, met een grote pot geurende thee en een gevulde koektrommel. Alsof de tijd stil gestaan had, vervolgden ze hun levendige discussies over timing in muziek.

Na wat bladeren door de artikelen die Meneer **P** meegenomen had, zei Mevrouw **W**, de wiskundige, met enige autoriteit: “Wat deze wetenschappers laten zien is dat je elementaire mechanica kunt gebruiken om timing in muziek te beschrijven. Ze nemen de metafoor van beweging in muziek letterlijk! En vergelijken het gebruik van timing en tempo in muziek met het gedrag van fysieke objecten in de echte wereld: voorwerpen met een massa waar krachten op werken en die daardoor van snelheid veranderen. Het vertragen aan het eind van een stuk muziek lijkt, volgens deze onderzoekers, op de manier waarop een auto of renners tot stilstand komen. **P** luisterde aandachtig. **M** nam slechts een slokje van zijn thee.

Mevrouw **W** schreef de meeste formules onder elkaar op enkele velletjes papier, geduldig de verschillen uitleggend (zie het kader voor een wat nettere versie van mevrouw **W**'s krabbels).

Deel 3: Waarin de vrienden een werkend model van *ritardando* bouwden

Na het zien van zoveel formules en vergelijkingen begon **M** te protesteren: "Maar alsjeblieft **W**, we zijn hier wel met muziek bezig, en niet met een of ander wiskundekunde lesje!" En hij schonk hun allen driftig een nieuw kopje thee in. "Kijk hier", zei **P** snel om zijn vriend te kalmeren, "Ik heb deze artikelen gevonden. Zij beschrijven hoe *ritardandi* (inhouden, vertragingen) in uitvoeringen verwijzen naar menselijke motoriek, zoals van wandelen tot stilstand komen. En, ik citeer, 'Musici richten zich op deze allusie, en luisteraars, met voldoende educatie, vinden dit esthetisch en plezierig om te horen.' Is dat niet precies wat je me beschreef over de telefoon?" zei Meneer **P** enthousiast.

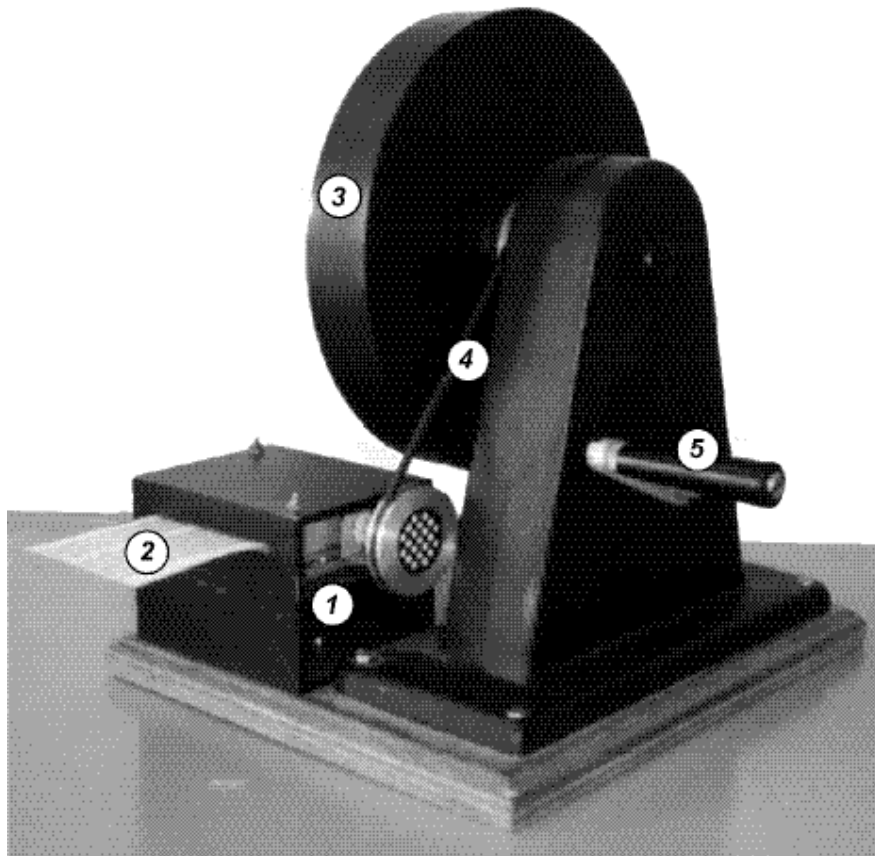
P en **W** hadden nu echt het gevoel dat ze dicht bij een oplossing waren van het mysterie van timing in muziek. **M** was gecharmeerd van het feit dat deze gerespecteerde onderzoekers evidentie voor zijn intuïtieve ideeën hadden gevonden, maar hij had nog steeds wat voorbehoud, en hij vroeg: "Wat is nu precies de relatie tussen deze formules en een *ritardando*? Kunnen we niet eens naar deze formules luisteren?"

Mevrouw **W** fronste, en zei met een licht geërgerde toon: "Tja, als we in onze muziekstudio hadden afgesproken dan hadden we het voor je kunnen programmeren, nu moeten we iets anders bedenken." Maar naar een kleine pauze veranderde haar gezicht weer in een glimlach: "Misschien moeten we eens kijken hoever we komen met de spullen in je garage?"

Die ochtend veranderde de keuken in een echte werkplaats. **P** en **W** sleepte allerlei spullen af en aan. "Mogen we één van je speeldoosjes lenen", vroeg

meneer P onschuldig.

Met enige tegenzin haalde Meneer M één van zijn geliefde machientjes uit de woonkamer. En na enkele uren van hameren en sleutelen hadden ze het voor elkaar: een kinematisch model van *ritardando* dat werkte volgens de wetten van de elementaire mechanica ! (zie Figuur 2).



Figuur 2: Het kinematische model van *ritardando* gemaakt door de drie vrienden.

De machine bestond uit een speeldoos (1) waarvan de aandrijving vervangen was door een vliegwiel. Dit vliegwiel (3) was verbonden met de speeldoos door een rubberen aandrijfriem. Als de slinger (5) aangedraaid werd begon de speeldoos te spelen, en wanneer de slinger losgelaten werd kwam de machine

langzaam tot stilstand door de wrijving van het mechaniek. Dit was dus een mechanische versie van één van de formules: vertraging onder constante remkracht, zoals renners tot stilstand komen (zie formule 2 in het kader).

Meneer **M** schoof voorzichtig zijn favoriete pianorol, een fuga van Bach, in het indrukwekkende apparaat. Hij draaide aan de slinger en de muziek begon te spelen. Een paar maten voor het eind liet hij de slinger los en de muziek kwam langzaam tot stilstand. "Prachtig, prachtig!" Ze sloegen elkaar op de schouders van trots en opwinding. Onze muzikale vriend vond zijn antieke speeldoos nu toch echt muzikaal geworden. (Zie www.hum.uva.nl/mmm/fr voor een kort video fragment dat de machine aan het werk laat zien.)

Deel 4: Waarin enige teleurstelling onvermijdelijk bleek en ze besloten naar echte uitvoeringen te kijken

Toen ze een beetje gekalmeerd waren, keek Mevrouw **W** nog eens op het velletje papier met formules. En met een toon, niet ongebruikelijk voor een jonge wiskundige, zei zij: "Ik moet zeggen dat deze modellen feitelijk ondergespecificeerd zijn. Ze zeggen niets over wat de juiste 'metaforische' massa of snelheid is voor een muzikale uitvoering. In onze constructie is het gewicht van het vliegwiel toevallig gekozen, en we moeten zelf beslissen hoe snel we draaien en wanneer we de slinger loslaten."

"Och, kom op **W**", interrumpeerde **P**, "Wees niet zo'n pietje precies. Laten we er gewoon nog eentje proberen."

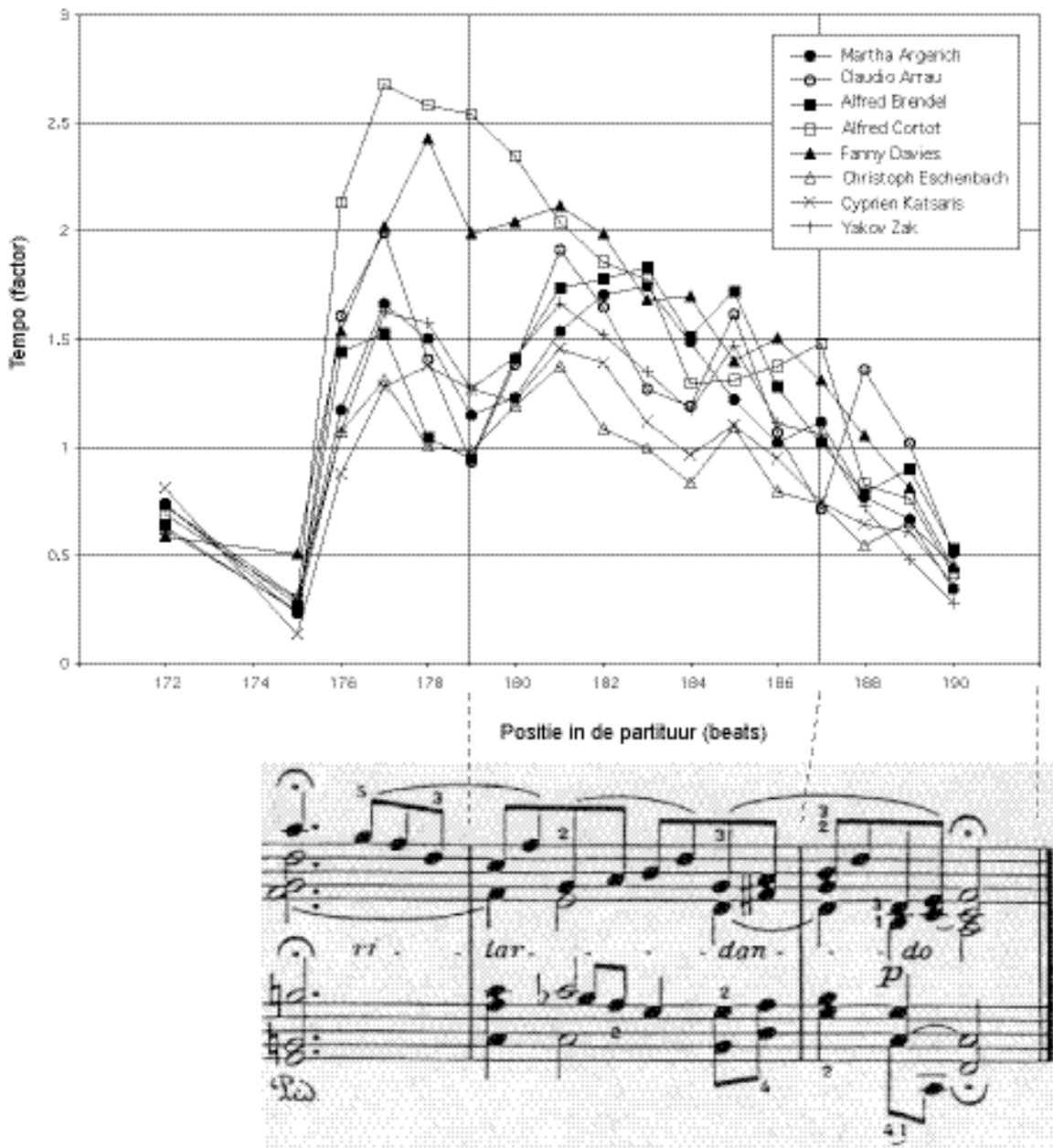
Meneer **M**, keek nog eens in zijn kast met pianorollen en kwam terug met Beethoven's *Paisiello Variaties*. "Herinneren jullie je deze nog?", verwijzend naar de kerstvakantie toen ze ook naar dit stuk gekeken hadden. Meneer **M** stopte de eerste variatie in het apparaat en begon weer te draaien. Maar wat ze ook probeerden, de slinger wat vroeger of later loslaten, langzamere of snellere tempi, het klonk nooit echt goed. "Kennelijk werkt het alleen met de

herhaalde achtstes van de fuga.” zei **M** teleurgesteld. “Weer die ritmische variaties die fout gaan.”

“Ja, en zo kunnen we wel heel lang door gaan,” waarschuwde meneer **P**, “Eerst één factor veranderen en dan weer de andere.” Hij geloofde toch meer in een empirische aanpak. “Waarom kijken we niet gewoon nog eens hoe **M** zelf die *ritardandi* speelde?”

Deel 5: Waarin ze naar grafieken keken van beroemde pianisten, maar hun muzikale vriend niet tevreden konden stellen

P opende zijn koffertje en schoof een map met meetgegevens op de keuken tafel die ze op hun vorige bijeenkomst verzameld hadden. “Dit zijn de grafieken van **M** die de laatste maten van *Traumerei* van Schumann speelt.” En terwijl hij een artikel omhoog hield: “En dit zijn de metingen die gemaakt zijn van je collega’s. Kijk **M**, je speelt het bijna net zo zoals Alfred Brendel.” (Zie Figuur 3.)



Figuur 3: Het (genormaliseerde) tempo verloop in een aantal beroemde uitvoeringen van R. Schumann's *Träumerei*. De grafiek laat de verschillende manieren van vertragen aan het einde van de compositie zien (een metronomische uitvoering zou een rechte, horizontale lijn laten zien).

Maar M twijfelde weer erg, en zei: "Ik zie niet hoe al deze uitvoeringen door één formule beschreven kunnen worden, hoor." Waarop P antwoordde "Het punt hier is dat het model de gemiddelde uitvoering beschrijft: wat delen deze

musici in de manier waarop ze een *ritardando* spelen?

En **W** voegde daar meteen aan toe “Maar let wel, een aantal wetenschappers vond dat een *bolle* curve het best het *ritardando* beschrijft en anderen vinden evidentie voor een *holle* curve. En alleen de *bolle* curve heeft iets te maken met de mechanica waar we het steeds over hebben!”

“Maar misschien hebben al deze pianisten hun eigen specifieke massa en bijzondere krachten die daarop werken?” vroeg **M** pestend.

Ze keken elkaar teleurgesteld aan. Het leek erop dat ze er wederom niet in geslaagd waren een model te vinden dat hun muzikale vriend **M** aanstond. Maar **M**, die deze keer wat optimistischer wilde eindigen zei: “Laten we naar de woonkamer gaan, dan speel ik een mooie fuga voor jullie.”

Epiloog

Deze vertelling illustreert hoe moeilijk het is om muzikwetenschap te bedrijven, een wetenschap die beschrijvingen en verklaringen wil geven van muzikale verschijnselen. Alhoewel het eindresultaat van onze vrienden negatief is, negatief in de zin dat ze ontdekten dat een bepaalde theorie niet opging, betekent dit niet dat dit een onmogelijke of doodlopende weg is.

Het verhaal laat zien dat theorieën uit de muzikwetenschap, zoals verwoord door **M**, wel degelijk precies gemaakt kunnen worden zodat we ze kunnen toetsen aan de werkelijkheid. De bijdrage van de wiskunde en informatica, verwoord door **W**, is om de theorieën te mechaniseren zodat duidelijk wordt wat wel en wat niet door de theorie wordt beschreven. Dat schept duidelijkheid. In dit verhaal leidt dat tot falsificatie van de kinematische modellen. Dit is wetenschappelijk gezien een belangrijke eigenschap van een theorie (zoals Karl Popper ons duidelijk maakte), in de zin dat de kinematische modellen ‘wetenschappelijker’ zijn dan die van bijvoorbeeld Truslit, om het

simpele feit dat de eerste wel gefalsificeerd kan worden en die van Truslit niet.

En ter afsluiting, er zijn alternatieven voor de kinematische modellen. Maar dat is iets voor een volgende bijeenkomst van onze drie vrienden.

Woord van dank

Met dank aan Anne-Marie Vervelde voor haar journalistieke oog. Een deel van deze tekst werd eerder gepubliceerd in het muziektijdschrift 'Mens en Melodie'.

Formalisaties van *ritardando*

Hieronder worden enkele van de formalisaties weergegeven van de "Final Ritard", het typische vertragen (*ritardando*) aan het eind van een uitvoering dat mn. wordt gebruikt in muziekstijlen uit de Barok en Romantiek, maar ook in bijvoorbeeld Javaanse gamelan en sommige pop en jazz genres.

Kronman & Sundberg (1987) definiëren de vorm van de vertraging als een wortelfunctie: een model van constante remkracht (een convexe functie, zie Figuur 4):

$$v(x) = (u^2 + 2ax)^{1/2} \quad (1a)$$

waarin v staat voor snelheid (of tempo), x voor afgelegde weg (of positie in de partituur), u het initieel tempo, en a de hoeveelheid vertraging.

Longuet-Higgins & Lisle (1989) en Todd (1992) stellen een vergelijkbaar model voor, maar kiezen voor een formulering in termen van tijd (t):

$$v(t) = u + at \quad (1b)$$

Friberg & Sundberg (1999) generaliseren dit model door het toevoegen van de parameter q voor curvatuur met w als het eindtempo, en normaliseren het geheel:

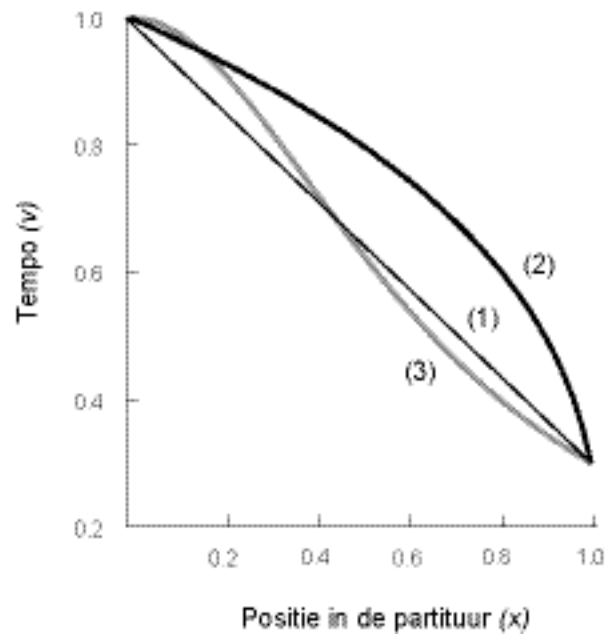
$$v(x) = [1 + (w^q - 1)x]^{1/q} \quad (2)$$

Todd (1985) and Repp (1995) stellen een kwadratische formulering voor:

$$IOI(x) = c + kx + lx^2 \quad (3)$$

Waarin IOI staat voor 'inter-onset interval' of de duur van de 'tel' in de muziek. Dit resulteert in een concave functie. N.B. dit model is echter ongerelateerd aan de bovengenoemde kinematische modellen.

Voor de literatuurverwijzingen zie Honing (2003).



Figuur 4: Drie mogelijke modellen van de "Final Ritard". De nummers (1), (2), en (3) verwijzen naar de formules in de kadertekst. Voor formule 2 is $q=3$ en $w=.3$, formule 3 gebruikt de coëfficiënten zoals gevonden door Repp (1992). Tempo en positie zijn genormaliseerd.

Literatuur

1. Desain, P., & Honing, H. (1993). Tempo Curves Considered Harmful. In "Time in Contemporary Musical Thought" J. D. Kramer (ed.), *Contemporary Music Review*, 7(2). 123-138. [De tekst van de voorafgaande vertelling uit 1993. Zie www.hum.uva.nl/mmm/fr/ voor de tekst, inclusief geluidsvoorbeelden.]
2. Friberg, A., & Sundberg, J. (1999) Does music performance allude to locomotion? A model of final ritardandi derived from measurements of stopping runners. *Journal of the Acoustical Society of America*. 105(3), 1469-1484. [Gedetailleerde discussie over het kinematische model dat de drie vrienden in hun garage nabouwden.]
3. Honing, H. (2003) The final ritard: on music, motion, and kinematic models. *Computer Music Journal*, 27(3). 66-72. [Engelse versie van de vertelling. Zie www.hum.uva.nl/mmm/fr/ voor de integrale tekst met literatuur verwijzingen, inclusief een kort videofragment van het mechanische model.]
4. Repp, B.H. (1992) Diversity and commonality in music performance: An analysis of timing microstructure in Schumann's Träumerei. *Journal of the Acoustical Society of America*. 92, 2546-2568. [Gedetailleerde empirische discussie a.d.h.v. metingen aan de uitvoeringen van 22 beroemde plaatopnames van Schumann's Träumerei, zoals gebruikt in Figuur 3.]